Задача об астрономических жгутах.

Следующая задача пришла из астрономии. Говорят, что ее задавали на астрономическом конгрессе известным астрономам и никто не дал правильный ответ. Автор услышал данную задачу в Пулковской обсерватории.

Если Землю вытянуть в виде тонкого жгута до Солнца, то какая толщина у этого жгута: тоньше мизинца или толще? А если до ближайшей звезды? А если до Млечного Пути: не будет ли жгут тоньше молекулы?

Задача, на самом деле решается очень легко и это видно, но очевидный ответ не просматривается.

Лобовое и очевидное решение: вычислить объем Земли и посмотреть на объем жгута.

Объем шара $4/3\pi R^3$, если принять радиус Земли 6400 км или $6.4*10^6$ м, то получим объем Земли: $1.097*10^{21}$ м3.

Теперь рассмотрим объем жгута. Для простоты будем считать его сечение квадратным.

Расстояние от Земли до Солнца 150 млн. км или $1.5*10^{11}$м.

Если мы разделим объем Земли на длину жгута, то получим площадь его сечения:

$7.3*10^9$ м^2,

из которой путем извлечения корня можно определить толщину жгута (жгут же квадратный):

$8.5*10^4$ м или 85 км, что очевидно, толще мизинца.

Если считать жгут с круглым сечением, то его $R = \sqrt{S/\pi} = 4.8\ 10^4$ м, а его толщина равна удвоенному радиусу или 96 км.

Таким образом, приводимый ответ в 100 км является корректным.

Однако задача имеет более простое оценочное решение:

Посмотрим на Землю как на куб с гранью 12 тыс. км., это приблизительно в 10000 раз меньше расстояния до Солнца (с ошибкой в 25% - =:)). Две другие грани уменьшим в 100 раз и получим толщину жгута в 120 км, что, очевидно, несколько больше толщины мизинца. Вычисления очень просты, а ответ не сильно отличается от точного для такой сильно гипотетической задачи.

Рассмотрим вопрос замены шара кубом с гранью в два радиуса шара. Условно, шар можно положить в этот куб. Определим коэффициент объемной коррекции.

Объем шара $4/3\pi R^3$, объем куба $(2R)^3 = 8R^3$.

$a = 4/3\pi R^3 = 8R^3$

$a = 1.91$,

т. е. при замене шара кубом размером грани в диаметр, объем увеличивается почти в два раза. Это надо учитывать, когда вы заполняете какое-либо помещение тенисными мячами. (Отметим, что есть более эффективные способы размещения шаров в ограниченном пространстве).

Теперь растянем Землю до ближайшей звезды. Это альфа Центавра, 4 световых года.

Скорость света, как известно из многочисленных опытов, составляет грубо 300 тыс. км/с.

($3*10^8$ м/с)

В сутках 60*60*24 = 86 400 секунд.

В году 365 дней и 31 536 000 секунд.

Четыре года содержат 126 144 000 секунд. ($1.2*10^8$с)

Несмотря на то, что на 4 года с высокой степенью вероятности, придется один високосный год, по моему мнению, этим в данном расчете можно пренебречь.

Таким образом, длина жгута составит $3.6*10^{16}$ м, что в $2.4*10^5$ (240 000) раз больше расстояния от Земли до Солнца. Соответственно, сечение нашего жгута меньше в 240 000 раз, а каждая сторона при квадратном сечении меньше в 500 раз. (Если точно 489 раз). Если в жгуте до Солнца это было 85 км, то теперь жгут вытянулся до 170 м.

Продолжим вытягиваение жгута: теперь цель - Млечный путь. Центр нашей Галактики находится в направлении Созвездия Стрельца. До него 27 700 световых лет.

Это расстояние больше расстояния до Альфа Центавра в 6925 раз. Толщина нашего жгута уменьшится в 83 раза и составит 2 метра, что опять-таки толще мизинца.

Таким образом, мы видим, что расчеты гипотетического вытягивания реальных предметов на космические расстояния, показывают вполне обозримый размер жгута.

Разновидностью данной задачи можно считать задачу Парселла [Purcell.ColumnAJP.1984, Miscellaneous-1(A long wire)], где предлагается из железа земной коры сделать провод и пронянуть его на радиус видимой части вселенной (10^{28} см). Расчеты показывают, что диаметр провода будет порядка 1 мм.

Вывод из этой задачи следующий: даже простая задача с очевидным решением (как вычислить толщину жгута через объем) далеко не так очевидна навскидку и, как показала практика, даже профессионалы с ходу не дают правильного решения.

Задача 62. Сообщена Перельману Я.И. проф. А.В. Цингером.
[Перельман.Практические Занятия Геометрия. 1923:74-75]
Цингер Александр Васильевич(1870-1934)
https://ru.wikipedia.org/wiki/Цингер,_Александр_Васильевич

[230] Перельман. Практические Занятия Геометрия. 1923 Перельман Я. И. Практические занятия по геометрии. Образцы, темы и материалы для упражнений. - М-Петроград: Государственное издательство, 1923. - 176с.
http://publ.lib.ru/ARCHIVES/P/PEREL'MAN_Yakov_Isidorovich/_Perel'man_Ya.I..html#0042