

АЛКУИН

53 задачи для развития молодых умов



Kolesnikov.org/Alcuin

Алкуин (Alcuinus) — замечательнейший ученый VIII стол. в смысле ума, знаний и влияния на научное образование своего времени. Он был другом, учителем и советником Карла Великого, происходил из знатного англосаксонского рода; род. около 735 г. Будучи еще ребенком, предназначен к духовному званию; он воспитывался в Йоркской школе и получил прекрасное образование благодаря тому, что пользовался особенным вниманием со стороны самого архиепископа Эгберта. Преемник Эгберта, Эльберт, взял однажды А. во время поездки своей в Рим с собой и потом передал ему ведение Йоркской школы. При второй его поездке в Италию, куда он ездил, чтобы получить *pallium* для Канбальдо, преемника Эльберта, с ним познакомился в Парме Карл и пригласил его к своему двору. В 782 году А. вместе с несколькими учениками своими приехал в Франкскую монархию, которую он затем покинул только однажды на три года (790–793), проведенные на родине. — Хотя он и не занимал никогда никакой официальной должности, но Карл прибегал к его советам в самых разнообразных вопросах, главным же образом — при обсуждении вопроса о распространении образования в его великом государстве. В образовавшемся при дворе Карла кружке ученых А. известен был под именем Флакка Альбина. В устроенной Карлом придворной школе (*schola palatina*) А. поручено было преподавание; его же надзору предоставлено было несколько монастырей, в которых он заботился о распространении просвещения. Большинство школ во Франкской монархии обязано своим основанием А., существовавшие же до него он старался улучшить. Между прочим, он основал школу в переданном ему в 796 г. Карлом знаменитом монастыре св. Мартина в Туре и устроил ее по образцу Йоркской; покинув в 801 г.

двор, он переселился в Тур и сам взял на себя преподавание в школе; отсюда он вел довольно оживленную переписку с Карлом. А. умер 19 мая 804 г. Из многих богословских сочинений его особенно замечательны «*De fide sanctae et individuae Trinitatis*» и «*De ratione animae*». Кроме того, ему принадлежит много сочинений о начальном преподавании философии, математики, риторики и грамматики, которые представляют, правда, по большей части только компиляции из Боэция и Исидора; затем остались еще после него стихи и масса писем. Он владел греческим, латинским и еврейским языками. Между учениками его, которые впоследствии много сделали для распространения образованности и науки в Франкской монархии, особенно выдаются Рабан Мавр и Гаймо, который был потом епископом Гальберштадтским. Сочинения А. издал Фробен (2 тома, Регенсбург, 1777), письма же — Яффе в «*Bibliotheca rerum germanicarum*» (6 т. «*Monumenta Alcuiana*», Берлин, 1873). Ср. Лоренц, «*A.'s Leben*» (Галле, 1829); Моннье, «*Alcuine et Charlemagne*» (с фрагментами вновь открытых сочинений А., Париж, 1864); Каулих, «*Geschichte der scholastischen Philosophie*» (т. I, Прага, 1863); Гамолен, «*Essai sur la vie et les ouvrages d'Alcuin*» (Пар., 1874); Вернер, «*Alcuin u. sein Jahrhundert*» (Вена, 1881).

Энциклопедический словарь
[[СПб.:] Брокгауз — Ефрон, 1904. — Т. I. — С. 457—458]



Статуя Алкуина находится на крыше
Художественно-исторического музея в Вене (Kunsthistorisches Museum
Wien, иногда Музей Истории Искусств).

Штырь сверху — похоже молниеотвод.
Вид со стороны музейного квартала (Museum Quartier).
Фото автора 02.01.2018

PROPOSITIONES AD ACUENDOS JUVENES

(лат.)

1. Задача улитки.
2. Задача человека на улице.
3. Два человека и аисты.
4. Человек и лошади.
5. Фермер и 100 свиней.
6. Два фермера и сто динариев.
7. Задача о тарелке весом 30 фунтов.
8. Задача о бочке с тремя трещинами.
9. Задача о мантиях.
10. Задача о ткани.
12. Задача об отце и трех его сыновьях.
13. Задача о королевской армии.
14. Задача вола.
15. Задача пахаря.
16. Задача двух людей, ведущих волов.
17. Задача о трех братьях и трех сестрах.
18. Задача о волке, козе и капусте.
19. Задача о тяжелых муже и жене.
20. Задача пересечения реки.
21. Задача про овец в полях.
22. Задача о нерегулярном поле.
23. Задача о поле с четырьмя сторонами.
24. Задача о треугольном поле.
25. Задача о круглом поле.
26. Задача о собаке, гонящей зайца.
27. Задача о размещении домов в городе.
28. Задача о треугольном городе.
29. Задача о круглом городе.
30. Задача о базилике.
31. Задача о винном погребке.
32. Задача о главе семьи, продающей зерно.
33. Задача о другом главе семьи, продающей зерно.
34. Еще одна задача про распределение зерна.
35. Задача о завещании.
36. Задача о приветствии мальчику.
37. Задача о человеке, строящем дом.
38. Задача о человеке, купившем 100 животных.
39. Задача о восточном купце.
40. Задача о пасущихся овцах.
41. Задача о самках свиньи и поросятах.
42. Задача о сотне ступенек.
43. Задача о поросятах.
44. Задача о мальчике.
45. Задача о голубях.
46. Задача о грабеже на улице.
47. Задача о епископе с 12 буханками.
48. Задача о человеке, встретившем учеников.
49. Задача о плотниках.
50. Задача о бочонках с вином.
51. Задача о человеке, делящем бочонок вина.
52. Задача о главе семьи.
53. Задача о настоятеле и 12 монахах.

1. Задача улитки

Ласточка пригласила улитку на обед. Пройти улитке надо всего 1 лигу. Проблема в том, что улитка может проползти в день один только дюйм. Сколько дней и лет улитка будет ползти на этот обед?

Решение:

Какими данными мы располагаем:

Лига — расстояние, которое человек проходит за 1 час.

Ранее лига применялась в Европе и Латинской Америке.

В 1 лиге 1500 шагов, 1 шаг — 5 футов, 1 фут — 12 дюймов.

Итого: 90 000 дюймов.

Поскольку в день улитка проползает 1 дюйм, то ей понадобится 90 000 дней или приблизительно 246 лет и 210 дней. Что и отмечено Алкуином.

Относительно данной задачи возникают три вопроса:

1) Сколько лет живут улитки?

Ответ на данный вопрос легко найти в Google: не двести лет, не сто и даже не пятьдесят.

2) Сколько дюймов в лиге?

Например, kalkulator.pro дает ответ 190 тыс. и тогда улитке потребуется 520 лет.

3) Как повлияют високосные годы?

В високосном году 366 дней. За некоторыми исключениями високосный год повторяется раз в четыре года. На 246 лет придется около 60 годов по 366 дней, и правильный ответ будет 246 лет и 150 дней. Високосные года были введены Цезарем в 45 году до н.э. задолго до появления Алкуина.

Рассмотрев эти три вопроса, мы видим, что постановка вопроса Алкуином имеет чисто теоретическое значение, поскольку улитка живет несколько лет и не сможет ползти ни сто, ни двести лет. На решение задачи сильно влияет количество дюймов в лиге, которое сложно определить точно, так как много воды утекло с тех пор, как Алкуин составил свои задачи. И третий вывод: наличие високосных годов влияет на общий ответ незначительно, хотя сам по себе срок в два месяца/60 дней незначительным не назовешь.

2. Задача человека на улице

Шел себе человек по улице и вдруг увидел группу людей. Он не нашел ничего лучшего, чтобы сказать: «Вас так много, что если число вас удвоить, к нему добавить половину, потом еще половину, а также сосчитать и меня, то получится 100». Кто готов сказать, сколько народа на улице?

Решение:

Алкуин говорит: 36. А дальше проверяет решение. Теперь такие задачи принято решать с помощью уравнения, например, вот такого:

$$2x + x/2 + x/4 + 1 = 100, \text{ тогда } x = 36.$$

3. Два человека и аисты

Два человека спокойно шли себе по улице и вдруг увидели аистов. «Сколько их здесь?» — спросили они друг друга. «Предположим, — сказал один, — если число аистов удвоить, к ним еще раз добавить число аистов (некоторые эту операцию называют утроением), затем добавить половину трети этой суммы, и наконец, добавить просто двух аистов, то получим число 100». Ну и сколько аистов там было?

Решение:

Составляем уравнение:

$$3x + 3x/(2 \times 3) + 2 = 100$$

$$7/2 x = 98$$

$$x = (98/7) \times 2, \text{ получаем } x = 28.$$

98 можно разделить на семь, не прибегая к калькулятору:

$$98 = 70 + 28, \text{ семьдесят дают } 10, \text{ а } 28 - 4. \text{ Итого } 14.$$

Удваиваем, получаем 28.

4. Человек и лошади

Увидел человек как-то лошадей, пасущихся в поле, и подумалось ему: «Я хочу, чтобы эти лошади стали моими». Но человек был не прост. Он сначала решил посчитать лошадей. Как и в предыдущих задачах, весьма странным способом. Он заметил, что если число пасущихся лошадей удвоить, а затем к этой сумме добавить половину половины этой суммы, то получится 100. Вопрос: на сколько лошадей мог претендовать этот наглый человек?

Решение:

$$2x + 2x/4 = 100, 10x = 100 \times 4, \text{ итого: } 40$$

5. Фермер и 100 свиней

Человек сказал: «Я хочу купить 100 свиней за 100 динариев». Известно, что боров стоит 10 динариев, матка свиньи — 5 динариев, а два поросенка идут по 1 динарию. Сколько боровов, маток и поросят можно купить на этих условиях?

Решение:

Мы просто составим два уравнения:

$$x_1 + x_2 + x_3 = 100$$

$$10x_1 + 5x_2 + 0.5x_3 = 100$$

На 100 динариев можно купить или 10 боровов, или 20 маток или 200 поросят. Если купим 100 поросят, то останется 50 динариев, что хватит на 10 маток. 90 поросят — останется 55 динариев, их хватит на 9 маток и одного борова. Итого: 90 поросят, 9 маток, 1 боров.

Как пишут [\[O'Connor2012q5\]](#), подобная задача была известна в Китае в V в. н.э.

6. Два фермера и сто динариев

Два фермера имели вместе 100 динариев, на которые они хотели купить свиней. И купили несколько групп по пять свиней по 2 динария за группу. Далее они хотели откормить этих свиней и продать с прибылью. Но тут до них дошло, что не время зимой откармливать свиней и держать их на ферме тоже толку мало. Они решили продать их с прибылью немедленно. Но не тут-то было. Потому что покупатели были готовы купить их свиней за те же деньги: два динария за пятерых (от себя добавим, что им еще повезло). Они подумали и решили: надо поделить свиней. Тогда они смогут их продать и еще получить прибыль. Как им это удалось?

Решение:

Они должны продать 250 свиней. Один фермер взял 125 отличных свиней, а другому осталось 125 свиней (что осталось, то осталось). Первый продал 120 по динарию за 2, а второй — 120 по динарию за 3. Так они свои 100 динариев и набрали. А по пять свиней у каждого остались в качестве прибыли. С математикой в данной задаче не очень, а с точки зрения реальной жизни вполне практичный ход: скупать группами, делить, сортировать и продавать.

7. Задача о тарелке весом 30 фунтов

Тарелка весит 30 фунтов или 600 шиллингов. Сделана она из сплава золота, серебра, меди и олова. В ней серебра больше, чем золота, в три раза. (Конечно). Меди больше, чем серебра, тоже в три раза. А олова в три раза больше, чем меди. Сколько весит каждый металл?

Решение:

Ну здесь все просто: суммируем по частям, общий вес известен.

$$x + 3x + 9x + 27x = 600$$

$$x = 600/40 = 15.$$

Золото весит 15 шиллингов, серебро, соответственно, 45, медь 135, а олово — 405 (перед 405 стоит тире, а не знак минус).

8. Задача о бочке с тремя трещинами

Бочка заполнена 7200 пинтами воды. Третья часть плюс шестая — вытекает через первую трещину. Третья часть вытекает через вторую трещину. Через третью трещину вытекает шестая часть. Сколько вытекает через каждую трещину?

Решение:

Можно заметить, что через первую трещину вытекает столько же, сколько через вторую и третью. Впрочем, можно этого не замечать, а решать задачу в общем виде. Но раз уж мы заметили, то через вторую и третью трещину вытекает 3600 пинт, причем через вторую — третья часть от половины, т.е. $\frac{2}{3}$ или 2400 пинт.

На долю третьей останется 1200 пинт. А через первую вытекает столько же, сколько через вторую и третью, а именно 3600 пинт.

Ответ: Первая трещина — 3600 пинт, вторая — 2400, третья — 1200. Итого 7200.

9. Задача о мантиях

Имеется материал длиной 100 футов и шириной 80. Сколько мантий можно нарезать из этого материала, если мантия имеет в длину 5 футов, а в ширину 4?

Решение:

Из 100 футов длины можно вырезать 20 мантий длиной 5 футов, а из 80 футов ширины можно вырезать 20 мантий шириной 4 фута. Итого материала хватит на 400 мантий. Если мантии повернуть, то из длины в 100 футов можно нарезать 25 мантий по 4 фута, а из ширины в 80 футов — 16 мантий по 5 футов. Итого всего 400. Ответ остался тем же, но это просто цифры удачно подобраны.

10. Задача о ткани

Имеется отрез ткани 60 футов в длину и 40 в ширину. Необходимо нарезать эту ткань на маленькие отрезки по 6 футов в длину и 4 в ширину. Одного такого отрезка как раз хватает на тунику. Сколько туник можно сделать из первоначального отреза?

Решение:

10 в длину и 10 в ширину, итого 100. А вот если резать в другом направлении, то получится так: 15 с одной стороны и 6 с другой, итого 90. Останется отрезок шириной 4 и длиной 60, здесь поместится 10 туник, так что результат будет тот же — 100.

11. Задача о двух мужчинах, женившихся на сестрах

Кем будут доводиться их сыновья друг другу?

Решение:

Теми же, что и без сестер, — кузенами (двоюродными братьями), только с сестрами они будут кузенами дважды.

12. Задача об отце и трех его сыновьях

Означенный отец умер и оставил своим трем сыновьям 30 стеклянных сосудов, из них 10 были полны вином, 10 заполнены вином наполовину, а 10 — пусты. Разделите вино и сосуды так, чтобы каждому из сыновей всего досталось поровну.

Решение:

Каждому должно достаться 10 сосудов, из них пять полных вина. Самое простое решение: одному сыну выдать десять полуполных сосудов, а 10 полных сосудов разделить между оставшимися сыновьями. Пустые десять разделить между ними тоже. Если поделить все тупо поровну, то каждому достанутся по 3 сосуда: полных, полупустых и пустых. И останутся неразделенными: полный сосуд, полупустой и пустой. Тут надо или переливать полный в пустой, чтобы получить три полупустых, или одному сыну выдать полупустой, а дальше производить сложный обмен: одному выдать полный и пустой, а взамен у него забрать полупустой и отдать оставшемуся сыну.

13. Задача о королевской армии

Король решил собрать армию и приказал слуге идти в тридцать деревень. Пришел слуга в первую и ушел с одним бойцом. Пошли они с бойцом в две другие деревни, и стало их четверо. Эти четверо пошли в другие четыре деревни и т.д. Сколько людей может быть собрано с 30 деревень?

Решение:

Типичная задача на удвоение, которую уже в XX веке рассматривал Я.И. Перельман. После 10-й деревни 1024 бойца пошли в очередные деревни. После 15-й деревни 2^{15} , что составляет около 512 тыс. человек. Здесь Алкуин стыдливо ставит «и т.д.». Его английские переводчики (John Hadley and David Singmaster) доводят дело до абсурдного конца $2^{30} = 1\,073\,741\,824$, попутно замечая, что таких деревень не было и нет. Эта задача показывает, что во времена Алкуина числа вроде миллиарда не вызывали проблем.

14. Задача вола

Сколько следов на последней борозде оставит вол, на котором пахали весь день?

Решение:

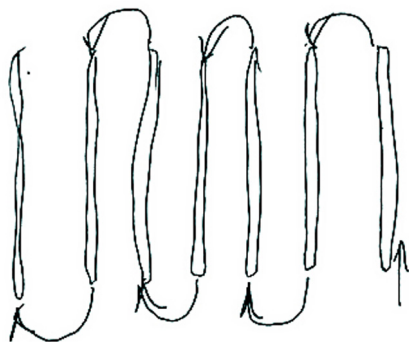
Алкуин показывает, что ему не чужды отвлекающие задачи. Пашущий вол не оставляет следов, поскольку за ним движется плуг и затирает все следы.

15. Задача пахаря

Сколько борозд на поле, если пахарь должен сделать три разворота на каждом конце поля?

Решение:

Первая борозда поворота не требует. На каждый поворот 2 борозды. Итого 7. На рисунке все четко видно. (Рисунок не Алкуина).



Количество борозд на поле

16. Задача двух людей, ведущих волов

Двое мужчин вели волов по дороге и сказал один другому: «Передай мне двух волов и у меня будет столько же волов, как и у тебя». Другой отвечает: «Ежели после этого ты мне передашь двух волов, то у меня их станет вдвое больше». И сколько же волов было у каждого собеседника?

Решение:

С помощью уравнений, которых Алкуин не знал. Пусть x — число волов у первого собеседника, а y — у второго.

$$x + 2 = y - 2$$

$$2(x + 2 - 2) = y - 2 + 2; 2x = y$$

Получаем из первого уравнения $y = x + 4$, подставляем во второе:

$$2x = x + 4$$

$$x = 4; \text{ а } y = 8.$$

Алкуин говорит точно то же, а потом и проверяет ответы методом подстановки.

17. Задача о трех братьях и трех сестрах

Три брата подошли к реке. Каждый брат был с сестрой. На берегу нашлась только маленькая лодка на двух человек. Как им всем переправиться, если нельзя никакую сестру оставить наедине с незнакомым мужчиной? С братом — можно.

Решение:

Мужчина с сестрой пересекает реку, оставляет сестру и возвращается. Выходит, и следующий мужчина с сестрой пересекает реку, высаживает сестру и возвращается. Третий мужчина берет свою сестру, переправляет ее и возвращается. Все сестры переехали, остались три мужика на первоначальном берегу. Один из братьев может переправить их по очереди. Ничего сложного. Посчитаем количество рейсов: три на перевозку сестер и два — на оставшихся мужчин. Итого пять туда и обратно (последний без обратно).

18. Задача о волке, козе и капусте

Перевозчик должен перевезти волка, козу и капусту, но в лодку влезает только две позиции из трех. Как ему перевезти их всех, если волк хочет съесть козу, а коза — капусту, и их вместе наедине оставить никак нельзя?

Решение:

Перевозчик везет козу, а волка оставляет наедине с капустой. Возвращается и забирает волка. Привозит волка к козе, но козу забирает обратно. Теперь берет капусту, а козу оставляет. Пусть волк развлекается с капустой. Напоследок возвращается и забирает бедную овечку, козу то есть.

Это самая знаменитая из задач Алкуина. Дополнительную информацию по ней, а также альтернативный способ решения, можно почерпнуть в [Сухин2002].

19. Задача о тяжелых муже и жене

Муж с женой, каждый из которых весил как груженная телега, имели двух детей, каждый из которых весил как половина телеги. Им понадобилось пересечь реку, но лодка могла выдержать только одну телегу. (Телега здесь виртуальная и ее переправлять не надо.) Найти для них всех возможность переправиться и не утонуть.

Решение:

Так как дети могут по одному плыть на лодке, то сначала дети переплывают реку. Потом один возвращается и плывет уже их мать. Она остается на другом берегу, а второй ребенок возвращается и перевозит на другой берег первого ребенка. Теперь один из детей может сплавить обратно и передать лодку отцу. Отец переплывает реку и возвращает лодку со вторым ребенком. Второй ребенок забирает первого и вот уже все на другом берегу.

20. Задача пересечения реки

Мужчина и женщина хотят переправиться через реку. Они увидели на берегу лодку с двумя детьми, да только лодка может взять или двоих детей или одного взрослого. Как можно переправить взрослых, да так, чтобы дети вернулись на первоначальный берег?

Решение:

Аналогично предыдущей задаче. Сначала дети переплывают реку, потом один из них возвращается, отдает лодку женщине, и она переплывает реку. Ребенок, оставшийся на той стороне реки, возвращает лодку и перевозит второго ребенка на новый берег. Потом возвращается и отдает лодку мужчине. Мужчина перебирается через реку и отдает лодку ребенку на том берегу. Ребенок перегоняет лодку, и вот уже мужчина с женщиной переправились, а дети остались на первоначальном берегу.

21. Задача про овец в полях

Имеется поле 200 футов длиной и 100 шириной. Я хочу разместить на этом поле овец так, чтобы каждая овца имела площадку пять футов длиной и четыре шириной. Сколько овец можно разместить на таком поле?

Решение:

Такое же, как при делении ткани в задачах, приведенных ранее. В длину можно разместить $200/5 = 40$ участков, в ширину $100/4 = 25$. Итого $40 \times 25 = 1000$ овец. Или иначе $200/4 = 50$ и $100/5 = 20$, итого $50 \times 20 = 1000$. Результат тот же.

22. Задача о нерегулярном поле

Такие квадратные поля, как в предыдущей задаче, все-таки встречаются не всегда. Теперь поле имеет 100 футов по каждой стороне, 50 футов по одному фронту, 60 — в середине и 50 футов по другому фронту. Сколько квадратных футов составляет площадь этого поля?

Решение:

Алкуин считает, что поле имеет площадь $1/3 \times (50+50+60) \times 100$, что составляет 5533 кв. фута.

23. Задача о поле с четырьмя сторонами

Вашему вниманию предлагается поле, одна сторона которого 30 ярдов, другая 32, третья 34, а четвертая снова 30. Сколько квадратных ярдов в таком поле?

Решение:

Формула Герона для площади четырехугольника:

$$S = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)}, \text{ где } p = (a+b+c+d)/2;$$

$$p = 63;$$

$$S = \sqrt{33 \times 31 \times 29 \times 31} = 989.5 \text{ (приблизительно)}$$

$$S = 989 \text{ квадратных ярдов.}$$

24. Задача о треугольном поле

Это поле имеет 30 ярдов в длину по одной стороне, 30 — по другой, и 18 — по фронту. Какова площадь этого поля?

Решение:

А что насчет формулы Герона? Как считает Алкуин — не очень понятно.

25. Задача о круглом поле

Круглое поле имеет 400 ярдов в окружности. Какова площадь этого поля?

Решение:

Здесь все просто для нас, но не для Алкуина.

Радиус равен окружности, деленной на 2 π : итого $200/\pi$.

Площадь πR^2 или $40\,000/\pi = 40\,000/3.14 = 12\,739$.

Алкуин же использует значение $\pi = 4$ и получает 10 000 кв. ярдов, что обладает несколько повышенной погрешностью.

26. Задача о собаке, гонящей зайца

Имеем поле длиной 150 футов. На одном конце поля стоит собака, а на другом заяц. Собака несется прыжками по 9 футов длиной, а заяц убегает прыжками по 7 футов. Причем прыжки зайца и собаки занимают одно время. (Не понятно почему, но важно для решения.) Сколько футов пробежит собака и сколько она сделает прыжков, пока не схватит зайца?

Решение:

С каждым прыжком собака приближается на два фута. Первоначальная дистанция 150 футов, следовательно собаке понадобится сделать 75 прыжков, за которые она пропрыгает 675 футов.

27. Задача о размещении домов в городе

Есть город, одна сторона которого 1100 футов, другая — 1000 футов, фронтальная — 600 футов и четвертая сторона — 600 футов. Каждый дом имеет 40 футов длины и 30 футов ширины. Сколько домов можно разместить в городе?

Решение:

Алкуин решает задачу через площадь и получает ответ 525 домов. Но поскольку форма города неправильная, разместить дома без остатков не получится.

28. Задача о треугольном городе

В наличии треугольный город 100 футов на 100 футов и на 90 футов. Сколько можно построить домов длиной 20 футов и шириной 10?

Решение:

Алкуин решает все через площадь и получает 20 домов. Как их можно разместить в треугольнике?

29. Задача о круглом городе

Длина окружности города 8000 футов. Сколько можно разместить домов 20 на 30 футов?

Решение:

Максимально возможное (фактически невозможное, только если разрешить домам менять форму) можно найти через площадь города:

$$\text{радиус} = \text{длина окружности} / 2\pi = 1273,$$

$$\text{площадь} = \pi \times \text{радиус}^2 = 5\,088\,461.$$

Делим на площадь дома: 600 и получаем 8480.

Алкуин говорит о 6400 домов. Поверим ему.

30. Задача о базилике

Базилика имеет в длину 240 футов и 120 футов в ширину. Она замощена плиткой 23 на 12 дюймов. Сколько было использовано плиток? В одном футе 12 дюймов.

Решение:

В длину нужно $240 \times 12 / 23 = 125.21$. Взять нужно 126 плиток, потом лишнее отбить.

В ширину $120 \times 12 / 12 = 120$.

Итого: $126 \times 120 = 15\,120$.

Попробуем положить плитку поперек.

Тогда $240 \times 12 / 12 = 240$

$120 \times 12 / 23 = 62.6$ или 63.

Все равно $240 \times 63 = 15\,120$.

31. Задача о винном погребе

Винный погреб имеет 100 футов в длину и 64 в ширину. Сколько бочонков поместится в данный погреб, если длина бочонка 7 футов, ширина 4 (странные бочонки какие-то), а посередине надо оставить проход в 4 фута шириной?

Решение:

Алкуин говорит 210.

Грубая оценка максимального значения, исходя из площади $100 \times 60 / (7 \times 4) = 214.2$

Если мы ровно посередине оставим проход, то получим два помещения 100×30 .

Разместим 7 по длинной стороне, 4 по короткой. Получим $14 \times 7 = 98$. Общее количество не дотягивает до 200.

Разместим 7 по короткой стороне, 4 по длинной. $4 \times 25 = 100$ бочонков. Уже лучше. Теперь двести.

Винный погреб.

Теперь разделим помещение 100×30 на два 100×14 и на 100×16 . В первом разместим бочонки поперек: 2 по 7. Всего поместится 25 бочонков ($100/4$), итого 50.

Во втором вдоль: 4 по 4. В длину поместится 16 рядов, итого 56 бочонков.

Всего в погреб можно поместить $(50 + 56) \times 2 = 212$.

Ура! Мы превзошли Алкуина.

[O'Connor2012q31] вообще предлагают проход чуть сдвинуть и разместить 214 бочонков, что приближается к {мировому рекорду} максимально возможному случаю.

32. Задача о главе семьи, продающей зерно

Глава семьи приказал 20 своим домочадцам взять 20 мер кукурузы, причем мужчина должен был взять 3 меры, женщина — 2, а ребенок полмеры. Сколько мужчин, женщин и детей было в хозяйстве?

Решение:

Пусть x , y , z — количество мужчин, женщин, детей.

$$x + y + z = 20$$

$$3x + 2y + 0.5z = 20$$

Второе уравнение можно умножить на 2:

$$6x + 4y + z = 40$$

Из него можно вычесть первое:

$$5x + 3y = 20$$

В данном уравнении x может быть равен 0, 1, 2, 3, 4.

$$x = 0; y = 20/3$$

$$x = 1; y = 5$$

$$x = 2; y = 3.333$$

$$x = 3; y = 2/3$$

$$x = 4; y = 0$$

Второй и третий ответы требуют дробного количества женщин, физический смысл в этом случае отсутствует. Четвертый ответ требует 0 женщин, что вполне может означать их отсутствие.

$$x = 1; y = 5; z = 14$$

$$x = 4; y = 0; z = 16$$

Ответ с четырьмя мужчинами кривоват в бытовом смысле, но вполне соответствует условиям задачи.

Алкуин уравнений не использует, а просто дает ответ и потом проверяет его правильность. В данном случае это 1 мужчина, 5 женщин и 14 детей.

33. Задача о другом главе семьи, продающей зерно

Глава семьи приказал 30 своим домочадцам взять 30 мер кукурузы, причем мужчина должен был взять 3 меры, женщина — 2, а ребенок полмеры. Сколько мужчин, женщин и детей было в хозяйстве?

Решение:

$$x + y + z = 30$$

$$3x + 2y + 0.5z = 30$$

или

$$6x + 4y + z = 60$$

Вычтем из второго первое и получим:

$$5x + 3y = 30$$

$x = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$, поскольку дробного числа мужчин быть не может.

$$x = 0; y = 10$$

$$x = 1; y = 25/3$$

$$x = 2; y = 20/3$$

$$x = 3; y = 5$$

$$x = 4; y = 3.33$$

$$x = 5; y = 5/3$$

$$x = 6; y = 0$$

Дробного числа женщин не бывает. Устраивает вариант с тремя мужчинами и 5 женщинами. Детей при этом 22 из первого уравнения. Два других варианта без мужчин или без женщин тоже реальны.

34. Еще одна задача про распределение зерна

Зерно делится теперь на 100 домохозяев. Соотношение то же: мужчинам 3 меры, женщинам — 2, детям — половину.

Решение и ответ Алкуина:

11 мужчин, 15 женщин и 74 ребенка. В общем, есть еще ряд тоже правильных ответов.

Мужчины (x)	Женщины (y) $y=(100-5x)/3$	Дети (z) $100-x-y$	$x+y+z$	$3x+2y+z$	
0	33,33333333	66,66666667	100	100	$x+y+z=100$
1	31,66666667	67,33333333	100	100	
2	30	68	100	100	$3x+2y+0.5z=10$
3	28,33333333	68,66666667	100	100	$6x+4y+z=200$
4	26,66666667	69,33333333	100	100	
5	25	70	100	100	$5x+3y=100$
6	23,33333333	70,66666667	100	100	
7	21,66666667	71,33333333	100	100	
8	20	72	100	100	
9	18,33333333	72,66666667	100	100	
10	16,66666667	73,33333333	100	100	
11	15	74	100	100	
12	13,33333333	74,66666667	100	100	
13	11,66666667	75,33333333	100	100	
14	10	76	100	100	
15	8,33333333	76,66666667	100	100	
16	6,66666667	77,33333333	100	100	
17	5	78	100	100	
18	3,33333333	78,66666667	100	100	
19	1,66666667	79,33333333	100	100	

35. Задача о завещании

Умер владелец состояния в 960 фунтов и оставил беременной жене завещание: если родится сын, то он должен получить $\frac{3}{4}$ наследства. Жена, соответственно, $\frac{1}{4}$. Если дочь, то $\frac{7}{12}$ от наследства, а жена — $\frac{5}{12}$. Но жена родила двойню: мальчика и девочку. Сколько наследства получит каждый?

Решение:

Алкуин почему-то делит наследство пополам, а потом высчитывает доли матери, сына и дочери в каждой половине.

Мать получит: $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \times \frac{5}{12} = \frac{8}{24} = \frac{1}{3}$;
итого 320 фунтов.

Сын: $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$; всего 360 фунтов.

Дочь: $\frac{1}{2} \times \frac{7}{12} = \frac{7}{24}$; всего 280 фунтов.

36. Задача о приветствии мальчику

Старик приветствовал мальчика словами: «Живи так долго, как ты уже жил, и еще столько, и умножить это на 3. А если бог даст тебе еще год, то проживешь ты сто лет». Сколько лет мальчику сейчас?

Решение:

Пусть мальчику x лет в данный момент.

Тогда $4x$, умноженное на 3, даст 99.

Итого 8 лет и 3 месяца.

Однако само условие непонятно сформулировано.

37. Задача о человеке, строящем дом

Человек захотел построить дом и нанял шесть рабочих. Пять из них были мастерами, а один подмастерьем. В день платилось 25 фунтов. Сколько получили мастера и подмастерье, если оплата подмастерья в два раза меньше оплаты мастера?

Решение:

Пусть x — зарплата подмастерья. Тогда $2x$ — зарплата мастера.

$$10x + x = 25$$

$$\text{Итого: } x = 25/11 = 2 \text{ и } 3/11$$

Мастер получит 4 и 6/11.

Алкуин сначала делит на всех 22 фунта, а затем оставшиеся три.

38. Задача о человеке, купившем 100 животных

Купил кто-то как-то 100 различных животных за 100 фунтов. Лошадь стоила 3 фунта, корова — 1, а овец на 1 фунт можно было купить 24. Сколько лошадей, коров и овец было закуплено?

Решение:

Как обычно:

$$x + y + z = 100$$

$$3x + y + z/24 = 100$$

Вычитаем из второго первое:

$$2x = 23/24z \text{ или } 48x = 23z$$

$$x = 23; z = 48; \text{ тогда } y = 29.$$

Другое вырожденное решение:

$$x = 0; y = 100; z = 0.$$

Это решение также соответствует первоначальным данным.

39. Задача о восточном купце

Чтобы отправиться в путешествие на Восток, купец купил 100 различных животных за 100 фунтов. Он заплатил 5 фунтов за каждого верблюда, по 1 фунту за осла и на один фунт купил 20 овец. Сколько верблюдов, ослов и овец он купил?

Решение:

$$x + y + z = 100$$

$$5x + y + z/20 = 100$$

Вычитаем из второй первую:

$$4x - 19/20z = 0$$

$$x = 19/80z;$$

Варианты решения:

$$x = 0; y = 100; z = 0.$$

$$x = 19; y = 1; z = 80.$$

40. Задача о пасущихся овцах

Человек увидел пасущихся овец и сказал: «Если к этому числу овец добавить еще столько же, потом еще половину от пасущихся овец, и еще половину от этой половины, то, считая меня (тоже мне овца), будет 100». Сколько овец паслось?

Решение:

$$x + x + x/2 + x/4 + 1 = 100$$

$$11/4x = 99$$

$$x = 36.$$

41. Задача о самках свиньи и поросятах

Одна свинья родила в центре города семерых поросят. Все поросята в данной задаче девочки. Все потомки и их мать родили по семь поросят в первом углу города. Потом все собрались, перешли во второй угол города и родили по 7 поросят. Потом также перешли в третий и четвертый углы и все родили по 7 поросят. Потом все собрались вместе и перешли в центр города. Здесь тоже родили по 7 поросят. Сколько всего свиной образовалось в этот момент в городе?

Решение:

Первый угол: $1 + 7 + 56 = 64$

Второй угол: $64 + 64 \times 7 = 64 \times 8 = 2^6 \times 2^3 = 512$

Третий угол: $512 + 512 \times 7 = 512 \times 8 = 2^9 \times 2^3 = 2^{12} = 16\,384$

Четвертый угол: $2^{12} + 2^{12} \times 7 = 2^{12} \times 2^3 = 2^{15}$

И, наконец, в центре: $2^{15} + 2^{15} \times 7 = 2^{15} \times 3 = 2^{18} = 262\,144$

Итого в городе 261 144 свиной.

В подсчетах Алкуин допустил арифметическую ошибку.

[O'Connor2012q41]

42. Задача о сотне ступенек

Есть лестница с сотней ступенек. На первую ступеньку сел один голубь, на вторую — два, на третью — три и так далее до ста. Сколько всего голубей уселось на лестнице?

Решение:

Алкуин говорит, что на первой ступеньке и на последней вместе 100 голубей. На второй и девяносто восьмой — тоже 100. Продолжим — на сорок девятой и 51 — тоже сто. На пятидесятой — 50, а на сотой — 100.

Итого: $49 \times 100 + 50 + 100 = 5050$.

В последующие века математики вывели формулу суммы первых n натуральных чисел:

$$n \times (n+1)/2.$$

43. Задача о поросятах

Было у хозяина 300 поросят. Он приказал забить их в три дня, только не знал, сколько было забито в каждый день конкретно. Потом он попросил сделать то же самое с 30 поросятами. Да еще захотел, чтобы в каждый день забивалось только нечетное количество поросят. Сколько поросят забивали каждый день?

Решение:

Решения нет. Ни 300, ни 30 не разбить на 3 нечетных числа.

44. Задача о мальчике

«Здравствуй, отец», — сказал мальчик. «Здравствуй, сын мой», — ответил отец. «Если ты проживешь дважды свой нынешний возраст, а затем полученный возраст еще трижды, а потом добавишь еще один год, то станет тебе сто лет». (Интересное такое приветствие отца.) Сколько лет сейчас сыну?

Решение:

Пусть x — возраст мальчика

$$3 \times (2x) + 1 = 100$$

Итого $x = 16.5$ лет (16 лет 6 месяцев).

Наверное, не очень удачна формулировка «дважды свой нынешний возраст». Лучше как-нибудь «проживешь еще столько, сколько прожил».

45. Задача о голубях

Голубь сидел на дереве. Он увидел других голубей, летящих рядом, и сказал: «Допустим, добавим столько голубей, сколько вас тут, и еще столько. А если добавить меня, то будет сто голубей». Сколько голубей прилетело?

Решение:

x — голубей прилетело

$$x + x + x + 1 = 100$$

$$x = 33$$

46. Задача о грабеже на улице

Человек шел по улице и нашел сумку с двумя талантами. Толпа на улице заметила это и сказала: «Дружище, поделись с нами». «Нет», — был его ответ. Тогда толпа набросилась на него и отобрала сумку. Толпа честно поделила награбленное: каждому досталось 50 золотых шиллингов. Более того, у ограбленного тоже осталось 50 золотых шиллингов. Сколько человек было в толпе, случайно проходившей мимо человека, нашедшего кошелек?

Решение:

Здесь надо уточнить, что в таланте 75 фунтов, а в фунте 72 золотых шиллинга.

Один талант соответственно содержит 5400 золотых шиллингов, а два таланта — 10 800.

Итого 216 долей по 50 золотых шиллингов. Одна доля осталась нашедшему, а в толпе 215 человек.

Сомнений в том, что толпа сможет отобрать сумку с монетами, нет никаких. Сомнения только в том, что можно так тщательно все поделить на 216 человек.

47. Задача о епископе с 12 буханками

Епископ заказал 12 буханок хлеба, чтобы поделить их среди священнослужителей. Он определил, что священники получают по две буханки, дьяконы — по половине, а чтецы — по четверти. Так уж получилось, что число людей, получивших буханки по вышеприведенным принципам, и число буханок совпало. Сколько всего было священников, дьяконов и чтецов?

Решение:

x — священников,

y — дьяконов,

z — чтецов.

Тогда $x + y + z = 12$

$2x + y/2 + z/4 = 12$ или $4x + y + z/2 = 24$

Вычтем из второго первое:

$3x - z/2 = 12$ или $6x - z = 24$

Если $x = 4$, то $z = 0$, а $y = 8$.

Если $x = 5$, то $z = 6$, а $y = 1$.

У Алкуина приведен только второй ответ.

48. Задача о человеке, встретившем учеников

Человек встретил группу учеников и спросил: «Сколько вас всего в вашей школе?» Вместо того чтобы просто сказать число, один из учеников заметил: «Мне бы не хотелось говорить об этом прямо, но если ты возьмешь число учеников, потом удвоишь это число, а затем результат еще и утроишь, полученное разделишь на 4 группы и меня добавишь в одну из них, то результатом будет 100». Так сколько же учеников в сей математической школе?

Решение:

x — число учеников

$$3 \times (2x)/4 + 1 = 100$$

$$3/2 \times x = 99$$

$$x/2 = 33$$

$$x = 66$$

49. Задача о плотниках

Семь плотников сделали каждый по семь колес. Сколько тележек они могут построить?

Решение:

Если тележка требует 4-х колес, то плотники могут построить 12 тележек. И еще одно колесо останется в запасе.

Можно также рассмотреть тележки с 2-мя, 3-мя и другим количеством колес.

50. Задача о бочонках с вином

Я задам следующий вопрос, на который любой может ответить. Сколько пинт в 100 мерах вина и сколько чашек в 100 мерах вина?

Решение:

Если знать, что в мере 48 пинт, а в пинте — 6 чашек, то задача не вызовет трудностей. А именно:

В 100 мерах 4800 пинт и 28 800 чашек.

51. Задача о человеке, делящем бочонок вина

Решил человек поделить наследство между своими четырьмя сыновьями. Было у него четыре бочонка вина: в одном 40 мер, в другом — 30, в третьем — 20, а в четвертом — 10. Он позвал слугу и сказал разделить все вино поровну. Никакой дополнительной посуды у слуги не было.

Решение:

Всего 100 мер вина. На каждого приходится по 25. Если взять два бочонка 40 и 10 и из большего переливать в меньший, пока уровни не сравняются, то получим два бочонка по 25. Аналогично можно поступить с 30 и 20.

Какое-то решение, хотя и практичное, но не очень красивое. (Но сами-то все бочонки были емкостью не меньше 25, хотя и налито в них 10.)

52. Задача о главе семьи

Глава семьи приказал привезти 90 мер зерна из отдаленного хранилища. До хранилища — 30 лиг. Перевезти может верблюд. Ему потребуются три ходки. Когда он несет груз, то съедает за одну лигу по 1 мере зерна. Сколько зерна останется после перевозки верблюдом?

Решение:

Проблема в том, что ничего не останется. Верблюд все пожрет.

53. Задача о настоятеле и 12 монахах

Настоятель решил раздать 204 яйца своим 12 монахам всем поровну. Из них 5 священников, 4 дьякона и 3 чтеца. Сколько яиц досталось священникам, сколько дьяконам и сколько чтецам?

Решение:

Каждому монаху досталось по 17 яиц. Соответственно священникам — 85, дьяконам — 68 и чтецам — 51.

Непонятно, зачем считать сколько кому досталось, если настоятель решил делить поровну, независимо от чина.

Источники

Задачи Алкуина на латыни:

https://la.wikisource.org/wiki/Propositiones_ad_acuendos_iuuenes
<http://www.thelatinlibrary.com/alcuin/propos.shtml>

Беллос2021:

Беллос А. Капуста, неверные мужья и зебра. Загадки и головоломки для развития критического мышления. — М.: Манн, Иванов и Фербер, 2021. — 396с.

Ориг. назв.: Bellos Alex. Can You Solve My Problems?: Ingenious, Perplexing, and Totally Satisfying Math and Logic Puzzles.

Белов2000:

Белов В.Н. Головоломки из близкой дали // Компьютерра. — 2000. — N1.

<http://old.computerra.ru/2000/330/195539/>

Сухин2002:

Сухин И.Г. Задача «Волк, коза и капуста». Удивительные находки и неразгаданные загадки // Начальная школа. — 2022. — N7. — С. 69-70.

<http://suhin.narod.ru/mat4.htm>

Hadley1992:

John Hadley and David Singmaster. Problems to Sharpen the Young // The Mathematical Gazette. — 1992, Mar. — Vol. 76, No. 475, The Use of the History of Mathematics in the Teaching of Mathematics. — P. 102-126.

<http://www.jstor.org/stable/3620384>

O'Connor2012:

O'Connor J.J. and Robertson E.F. Propositiones ad acuendos iuvenes by Alcuin. — 2012.

http://www.history.mcs.st-andrews.ac.uk/HistTopics/Alcuin_book.html

Alcuin800:

Propositiones_ad_Acuendos_Juvenes.

https://ru.wikipedia.org/wiki/Propositiones_ad_Acuendos_Juvenes